## **ГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ**

Рассмотрим графики равномерного и равнопеременного движений. Графики – это функции (зависимости) *x* (*t*), *S*x (*t*), *v*x (*t*) и *а*x (*t*), отображенные на плоскости в декартовой системе координат. Так как аргументом всех функций является время, то оно откладывается по оси абсцисс (чаще в секундах), а по оси ординат откладывается либо координата (путь или проекция перемещения), либо проекция скорости, либо проекция ускорения. Разделим все графики на три группы и рассмотрим их особенности.

1. **Графики движения.** Это графическое изображение функций *x*(*t*) (график координаты), *S*x(*t*) (график проекции перемещения) и *L*(*t*) или *S*(*t*) – график пути. Наиболее распространены графики координаты, поэтому обратим на них особое внимание.

При равномерном движении зависимость *х*(*t*) – это линейная функция , поэтому график координаты – прямая линия (рис.15а). В случае равнопеременного движения зависимость *х*(*t*) представляет собой квадратичную функцию , а значит график координаты – парабола (например, при хо=0 и *V*o=0 на рис.15б).

Важно помнить, ***что тангенс угла между касательной к графику и осью времени численно равен проекции мгновенной скорости в той точке, к которой строилась касательная*** (см. рис.15б). Если угол тупой, то проекция скорости отрицательна. При равномерном движении касательная совпадает с самим графиком, поэтому рассматривают угол наклона графика.

Рассматривая, как изменяется наклон касательной (острый угол), мы можем понять, каков характер движения:

* если угол больше нуля и постоянный, то движение равномерное (участок *А – В* на рис.16);
* если угол уменьшается, то движение замедленное (участок *С–D*);
* если угол увеличивается, движение ускоренное (участок *D–Е*);
* ***если касательная параллельна оси времени (вершина параболы), скорость равна нулю*** *(т.D)*;
* если график идет параллельно оси времени, то тело стоит на месте (участок *В–С*).

Чем же отличаются графики координаты, проекции перемещения и пути? В общем, эти графики очень схожи (рис.17), но при их построении нужно помнить несколько правил:

* график проекции перемещения и график пути идут не из точки *Хо*, а из начала координат (т. *О*), т.к. в нулевой момент времени тело не могло еще совершить какого-либо перемещения;
* путь не может быть отрицательным;
* график пути не может опускаться вниз, т.к. функция *L*(*t*) – неубывающая (вспомните, что, как бы ни двигался автомобиль, счетчик на спидометре всегда увеличивает свои показания!).
1. **График скорости.** Это графическое изображение функций *V* (*t*) (график модуля скорости) или *Vx*(*t*) (график проекции скорости).

При равномерном движении скорость не меняется – *V*(*t*)=const, значит график идет параллельно оси времени (участок *АВ* на рис.18); при равнопеременном движении зависимость *Vx*(*t*) – это линейная функция , поэтому график скорости – прямая линия, идущая под некоторым углом к оси времени (участок *ВD* рис.18). Причем, ***тангенс угла наклона графика численно равен проекции ускорения*** (если рассматриваем острый угол, то получаем модуль ускорения).

В чем же отличие графика проекции и модуля скорости? При построении графика модуля скорости достаточно помнить, что модуль не может быть отрицательным (рис.19).

Еще один важный момент – площадь под графиком  численно равна проекции перемещения. Действительно, в случае равномерного прямолинейного движения  (рис. 20а) и для нахождения проекции перемещения достаточно найти площадь прямоугольника со сторонами  и Δ*t*. Аналогично и при равноускоренном прямолинейном движении (рис. 20б) – это как раз и используется при выводе формулы . Заметим, что и в общем случае  численно равен площади под графиком  (рис. 20в). Причем, если график идет под осью времени, то  ( на рис. 20б). Таким образом, чтобы найти суммарное перемещение, нужно сложить площади (перемещения) с учетом знака, а чтобы найти пройденный путь, нужно сложить модули перемещений. Поэтому из графика на рис. 20б получаем, что модуль полного перемещения равен нулю.

1. **График ускорения.** Это графическое изображение либо функции *а*x (*t*) – график проекции ускорения, либо функции *а*(*t*) – график модуля ускорения.

Расчеты для построения этих графиков одинаковы (по формуле ), но модуль не может быть отрицательным (*a* = |*ax*|)! Для примера см.рис. 21, кстати, здесь на втором участке ускорение равно нулю, т.е. движение равномерное.

1. ***Важные замечания.*** При построении графиков координаты можно предложить следующий порядок:
* вычисляем по формулам  и  координаты в те моменты времени, когда изменялся характер движения – например, для рис.18. это точки *А, В* и *D*, когда менялось ускорение, и точка *С*, где скорость равна нулю и равнозамедленное движение сменяется равноускоренным;
* далее соединяем прямой те точки, которые соответствуют равномерному движению – участок *АВ* на рис.18;
* для построения участков параболы нужно увидеть точки с нулевой скоростью (т. *С* на рис.18), они соответствуют вершине параболы;
* и еще очень важный момент: ***если на графике скорости нет разрывов (график непрерывный), то на графике координат (пути) нет изломов,*** т.е. график гладкий, и один участок графика плавно переходит в другой. Аналогично, ***если на графике ускорения нет разрывов, то на графике скорости нет изломов***. Эти утверждения справедливы и в обратном порядке.

### Обсудим решение графических задач

***Задача7. Пусть графиком (t) (рис. 22а) задана скорость движения материальной точки. Построить графики движения , L(t) - график пути, а также зависимость проекции ускорения от времени .***

Рассуждаем следующим образом. В интервале времени (0, *t*1) точка двигалась равнопеременно, точнее равноускоренно – модуль скорости увеличивается, а т.к. , то . На этом интервале график  представляет собой параболу – *ОА* (рис. 22б), на графике проекции ускорения  – постоянная величина (рис. 22в). Затем материальная точка движется равномерно, причем **"разрыва" на графике скорости в момент времени *t*1 нет**. Следовательно, график  плавно переходит в прямую.

******При *t* = *t*2 движение вновь становится равнопеременным, но при этом модуль скорости уменьшается, т.е. материальная точка замедляет свое движение, следовательно, т. к. по-прежнему , то . Этому движению соответствует участок параболы *ВС*. На графике  во временном интервале (*t*1, *t*2) , – движение равномерное. В интервале (*t*2, *t*3)  – движение равнозамедленное. Причем, так как интервал (0, *t*1) больше интервала (*t*2, *t*3) или т.к. угол наклона второго графика больше, чем угол наклона первого, то . В момент времени *t*3 , делаем вывод, что материальная точка останавливается, а затем начинает двигаться в противоположную сторону  c ускорением , т.е. начинает разгоняться, причем с тем же по модулю ускорением. На графике это отражено тем, что парабола имеет вершину при *t*3 (точка *С*). Далее идет участок параболы *СD*. Характер же графика ускорения после момента времени *t*3 не меняется, т.к. направление вектора ускорения осталось прежним, а изменилось лишь направление вектора скорости.

Если необходимо построить график пути *L*(*t*), то он до *t*3 совпадает полностью с графиком , а далее имеет зеркальное отражение участка *СD*, как в случае в) на рис.17.

Графическое рассмотрение движения позволяет в ряде случаев быстрее разобраться с условием задачи и успешно решить ее. Неплохим подтверждением этого тезиса служит решение следующей задачи.

***Задача 8.* *Тело начинает движение и движется сначала равноускоренно в течение времени tо, а затем с тем же по модулю ускорением – равнозамедленно. Через какое время t от начала движения тело вернется в исходное положение?***

Рассуждаем следующим образом. Направим ось вдоль движения. Тогда, т.к. тело движется вначале равноускоренно, обе проекции *aх* и *Vx* совпадают по знакам и положительны. Построим график *Vx*(*t*) (рис. 23). В точке *А* проекция ускорения *aх* изменяет знак – излом на графике *Vx*(*t*). Так как модуль вектора ускорения остался прежним, то  (следовательно, еще через *to* тело останавливается и разворачивается). Треугольник *АОВ* – равнобедренный. Площадь треугольника численно равна модулю *Sx* – на столько тело удалилось от начальной точки движения:



Чтобы вернуться в прежнюю точку, телу предстоит совершить после разворота (точка *В*) такое же по модулю перемещение. Сейчас *V*x < 0, *a*x < 0 – тело движется равноускоренно. *Sx* численно равна площади треугольника *BCD*. Пусть *t*1 – время, необходимое для возврата в начальное положение после разворота.

Площадь треугольника *ВСD* = .

Приравняем площади треугольников:  . Таким образом, .

***Задача 9.* *По данному графику пути (рис. 24) постройте график модуля скорости.***

Решение: В интервалы времени (0, *t*1) и (*t*2, *t*3) тело движется равномерно с одинаковыми скоростями *V* (т.к. угол наклона графиков одинаковый). В интервал времени (*t*1, *t*2) тело движется равноускоренно с начальной скоростью (при *t* = *t*1) равной нулю, т.к. на графике пути здесь вершина параболы. Еще заметим, что на графике пути в точках *А* и *В* – изломы, значит на графике скорости здесь должны быть разрывы. И естественно, т.к. движение равноускоренное, то график на этом участке – наклонная прямая линия (рис. 25). Но вот каков ее наклон и какова конечная скорость на этом участке? Другими словами, какова длина отрезка *ED*? Оказывается, что найти этот отрезок совсем нетрудно. Заметьте, что путь, пройденный телом за время Δ*t* = *t*2 – *t*1, точно такой же, как если бы тело все это время двигалось равномерно (прямая *АВ* на участке от *t*1 до*t*2 на рис. 24 представляет собой продолжение прямой *ОА* на участке от 0 до *t*1). Поскольку пройденный путь определяется площадью фигуры под графиком скорости, то, следовательно, площадь прямоугольника *АВDС* на рис. 25 должна быть равна площади треугольника *СED*. Следовательно, , т.е. скорость в момент времени *t*2 при приближении к нему слева равна удвоенной скорости равномерного движения.