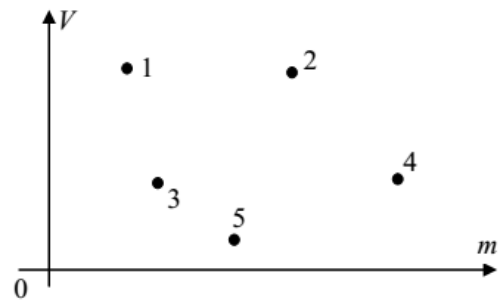


7 класс

1. Где тут плотность?

В лаборатории провели измерения массы и объема пяти тел, изготовленных из четырех материалов: березы, $\rho_{\text{Б}} = 0,7 \text{ г/см}^3$, алюминия, $\rho_{\text{Ал}} = 2,7 \text{ г/см}^3$, железа, $\rho_{\text{Ж}} = 7,8 \text{ г/см}^3$ и свинца, $\rho_{\text{С}} = 11,3 \text{ г/см}^3$.



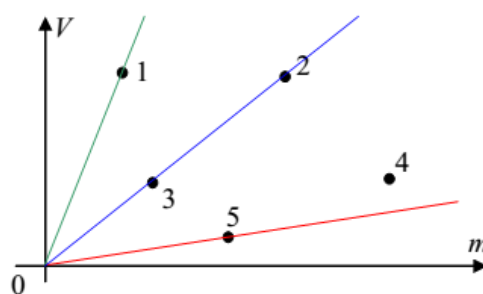
Затем результаты нанесли на график, по одной оси которого отложили объемы тел V_i , а по другой их массы m_i . Здесь индекс i может принимать значения 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно номерам точек на графике. К сожалению, со временем масштаб по осям был утрачен, а экспериментаторы в спешке забыли записать, какому веществу какая экспериментальная точка соответствует. Определите:

- из какого материала изготовлено тело самой большой массы?
- у тела с каким номером была самая маленькая плотность? Чему она равна?
- какой точке соответствует тело, изготовленное из свинца?
- какие тела сделаны из одинакового материала? Определите из какого.

Примечание! Применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя. Подобные решения будут оценены в ноль баллов.

Возможное решение

Самой большой массой обладает тело 4. Его координата по оси m самая большая. По определению, плотность $\rho = m/V$. На данных осях точки для всех тел, обладающих одинаковой плотностью, должны лежать на одной прямой



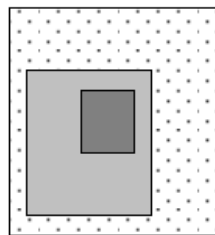
проходящей через начало координат, так как для них (автоматически) равно отношение m/V . Из этого следует, что плотности тел 2 и 3 одинаковы. Чем больше плотность тела, тем больше отношение m/V , а прямая, идущая из начала координат через эти точки, должна идти под меньшим углом. Из этого следует, что самая маленькая плотность у тела 1, а самая большая у тела 5. Телу 4 соответствует плотность меньшая, чем у тела 5, но большая чем у 3 и 2, следовательно, тело 4 изготовлено из железа, 5 – из свинца, 2 и 3 – из алюминия, а 1 – из березы.

Критерии оценивания

- Определено тело с самой большой массой (есть обоснование) 1 балл
- Идея связать плотность с углом наклона прямой из начала координат 3 балла
- Найдено тело с самой большой плотностью 2 балла
- Найдено тело с минимальной плотностью 2 балла
- Найдены тела с одинаковой плотностью 2 балла

2. Кубик в кубе

Однородный кубик со стороной a и плотностью ρ поместили внутрь куска глины с плотностью 4ρ , которому придали форму куба со стороной $2a$. Получившийся куб облепили пластилином плотностью 2ρ , в результате чего получился куб со стороной $3a$ (см. рисунок). Определите среднюю плотность получившейся системы.



Возможное решение

Слободянин В.

Среднюю плотность системы можно рассчитать, определив объемы глины и пластилина, и выразив их через объем $V = a^3$ маленького кубика. Заметим, что эти объемы не зависят от взаимного расположения кубика, глины и пластилина, и равны соответственно $(2^3 - 1^3)V = 7V$ и $(3^3 - 2^3)V = 19V$.

Тогда
$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho V + 4\rho \cdot 7V + 2\rho \cdot 19V}{27V} = \frac{67\rho}{27} \approx 2,5\rho.$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| 1. Выражены объемы глины и пластилина (по 3 балла) | 6 баллов |
| 2. Получена формула для расчета средней плотности | 1 балл |
| 3. Получено значение средней плотности | 3 балла |

3. Встретились две трубы

На трубопрокатном заводе по конвейерам с одинаковой скоростью движутся во встречных направлениях две трубы разной длины. Мимо друг друга трубы проезжают за время $t_1 = 5$ с (время измеряется от момента, когда поравняются передние торцы труб, движущиеся навстречу друг другу, до момента, когда поравняются задние торцы). В результате поломки, один из конвейеров начал движение в обратном направлении с вдвое большей скоростью. За какое время t_2 трубы проедут мимо друг друга теперь? Рассмотрите возможные варианты.

Возможное решение

Кармазин С.

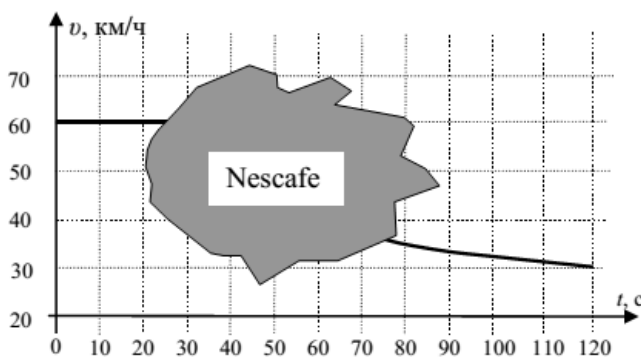
Задачу удобно решать в системе отсчета, связанной с трубой, скорость v которой не изменялась. Обозначим длину этой трубы l_1 , а длину другой трубы l_2 . Можно считать, что встречная труба проехала мимо неподвижной, когда она переместилась на расстояние $L = l_1 + l_2$. В первом случае труба двигалась со скоростью $2v$. Время $t_1 = L/(2v)$ разъезда труб не зависит от того, какая именно труба находится в движении, длинная или короткая. Во втором случае, скорость подвижной трубы относительно неподвижной равна v . В результате, время обгона составляет $t_2 = L/v = 2t_1 = 10$ с. Это время тоже не зависит от длины подвижной трубы.

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Выражение для времени t_1 | 3 балла |
| 2. Выражение для времени t_2 | 3 балла |
| 3. Численный ответ | 1 балл |
| 4. Рассмотрены разные варианты и указано, что ответ не зависит от того, какая именно труба изменила скорость | 3 балла |

4. Кофе на средней скорости

Машина половину пути ехала равномерно; затем, въехав на плохой участок дороги, стала двигаться медленнее, но тоже с постоянной скоростью. На графике приведена зависимость **средней** скорости машины от



времени движения. К сожалению, при движении по плохой дороге на график пролили кофе, и часть информации пропала.

Определите:

- путь, пройденный машиной за все время движения;
- время движения на первой половине пути;
- величину скорости машины на втором участке;
- значение средней скорости через 60 с после начала движения.

Возможное решение

Замятнин М.

Весь пройденный путь можно найти, умножив значения средней скорости (на всём пути) на все время движения, найденные из графика:

$$v_{\text{cp}} = 30 \text{ км/час} = 30 \cdot 1000 \text{ м} / 3600 \text{ с} = 25/3 \text{ м/с}.$$

Отсюда находим путь $S = v_{\text{cp}} t_0 = 25/3 \text{ (м/с)} \cdot 120 \text{ с} = 1000 \text{ м}$.

Половине пути соответствует расстояние 500 м. Скорость на первом участке составляет $60 \text{ км/ч} = 50/3 \text{ м/с}$, следовательно, время движения на нем $t_1 = 500 \text{ м} : 50/3 \text{ м/с} = 30 \text{ с}$.

Время движения на втором участке $t_2 = 120 \text{ с} - 30 \text{ с} = 90 \text{ с} = (1/40) \text{ ч}$, откуда, скорость движения на нем $v_2 = 0,5 \text{ км} : (1/40) \text{ ч} = 20 \text{ км/ч}$.

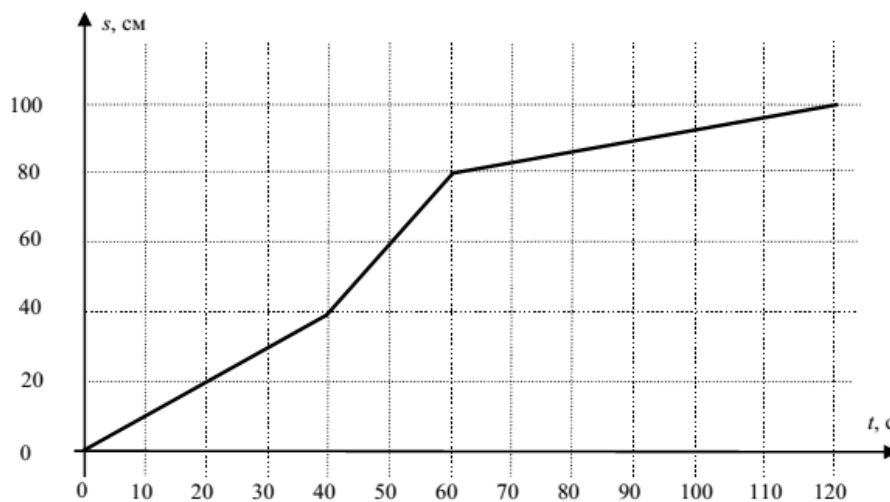
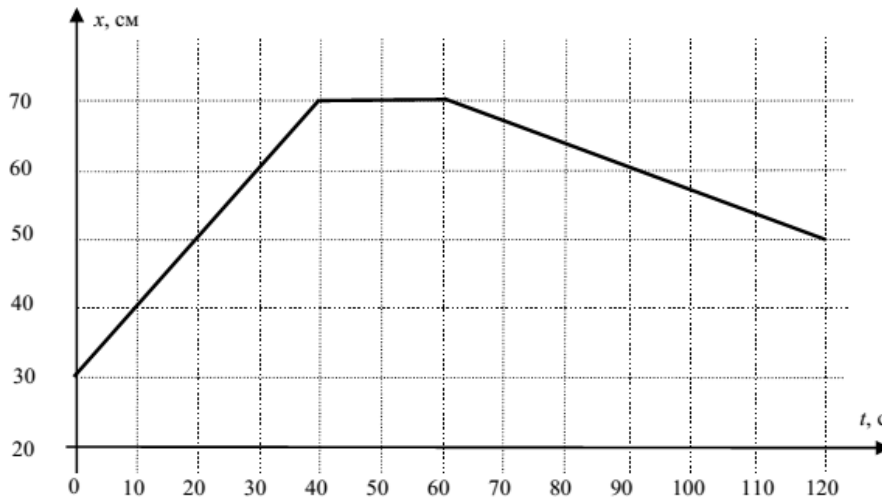
К моменту времени 60 с машина половину времени ехала со скоростью v_1 и половину с v_2 , следовательно, $v_{\text{cp}}(60 \text{ с}) = \frac{v_1 + v_2}{2} = 40 \text{ км/ч}$.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Найден путь, пройденный машиной | 2 балла |
| 2. Найдено время движения на первом участке | 2 балла |
| 3. Определена скорость движения на втором участке | 3 балла |
| 4. Найдено значение средней скорости через 60 с | 3 балла |

1. Столоход

Экспериментатор Глюк на большом лабораторном столе проводил испытания модели вездехода. Координатную ось X он направил вдоль длинного края стола. Зависимости координаты модели $x(t)$ и пройденного им пути $s(t)$ от времени приведены на графиках. Опишите характер движения модели вездехода (словами или сделав рисунок). Определите, с какой максимальной скоростью двигался вездеход? На каком расстоянии друг от друга находятся начальная и конечная точки его движения?



Возможное решение

Замятнин М.

Из графиков видно, что на первом участке (0 – 40 с) изменение координаты x равно пройденному вездеходом пути. Это означает, что движение происходило вдоль длинного края стола. На втором участке (40 – 60 с), координата x не изменялась, но путь продолжал увеличиваться. Такое возможно, если вездеход двигался в направлении, перпендикулярном оси X , причём часть времени он может ехать в одну сторону, а часть в обратную. На третьем участке (60 - 120 с) уменьшение координаты x совпало с изменением пройденного пути, следовательно, вездеход вновь двигался вдоль длинной стороны стола, но в направлении противоположном первоначальному.

Максимальную скорость вездеход имел на втором участке (самый большой угловой коэффициент наклона графика пути от времени). Из графика находим значение $v_{\text{макс}} = 2,0$ см/с.

На втором участке смещение модели вездехода может принимать значения от нуля до 40 см в направлении перпендикулярном оси X . Изменение координаты x за все время движения составило 20 см, откуда, по теореме Пифагора, можно найти максимальное расстояние между точками старта и финиша $L = \sqrt{20^2 + 40^2} \approx 45$ см. Таким образом искомое расстояние лежит в пределах от 20 см до 45 см.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Правильно описан характер движения вездехода | 3 балла |
| 2. Найдена максимальная скорость | 2 балла |
| 3. Определено смещение в направлении перпендикулярном оси X | 2 балла |
| 4. Применена теорема Пифагора для нахождения расстояния | 2 балла |
| 5. Дан числовой ответ для расстояния | 1 балл |

2. Куб кубу рознь

Куб из однородного материала плавает, погрузившись на глубину h в жидкость. На какую глубину H в этой же жидкости погрузится куб, имеющий вдвое бóльшую плотность и вдвое бóльшую длину ребра?

Возможное решение

Замятнин М.

Запишем условие плавания куба с длиной ребра a , имеющего плотность ρ , в жидкости с плотностью $\rho_{\text{ж}}$:

$$\rho_{\text{ж}} h a^2 g = \rho a^3 g \quad \text{или} \quad h = a(\rho / \rho_{\text{ж}}).$$

Тогда, для второго куба

$$\rho_{\text{ж}} H (2a)^2 g = (2\rho)(2a)^3 g \quad \text{или} \quad H = 4a(\rho / \rho_{\text{ж}}).$$

Из этих уравнений следует, что: $H = 4h$.

Но это не окончательный ответ. Дело в том, что если $H = 4h > 2a$, то большой куб утонет. Это накладывает более жёсткое условие на плавание маленького куба. Так как $4h > 2a$, то $h < a/2$. Иными словами, глубина погружения маленького куба не должна превышать $a/2$. В противном случае большой куб утонет.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| • Условие плавания маленького куба | 2 балла |
| • Условие плавания большого куба | 3 балла |
| • Глубина погружения большого куба $H = 4h$ | 1 балл |
| • Анализ условия плавания большого куба
и ограничение $a > 2h$ | 4 балла |