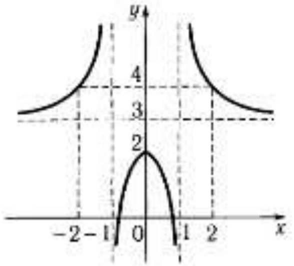
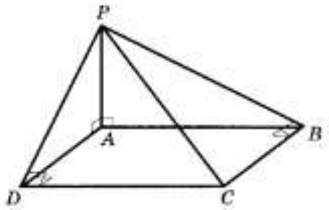
1. Один из корней уравнения $x^3 - 6x^2 + ax - 6 = 0$ равен 2. Найти a и два других корня этого уравнения.

2.На рисунке изображен график функции y=f(x). запишите множество значений этой функции



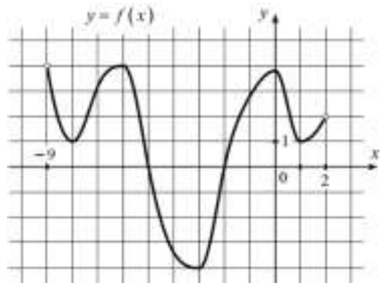


3. Через вершину A прямоугольника $ABCD$ проведена прямая AP, перпендикулярная плоскости прямоугольника. Известно, что $PD = 6$ см, $BP = 7$ см, $PC = 9$ см. Найдите расстояние между прямыми PD и BC.

4. Найти тот корень уравнения $4\cos x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sqrt{3}$, для которого выражение $2x^2 + x - 3$ принимает наименьшее значение.

5. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка M — середина ребра C_1D_1. Найдите тангенс угла между плоскостями MA_1D и CA_1D.

6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -10$.



8. Найдите значение выражения

$$\cos\left(2\arcsin\frac{5}{13}\right).$$

9.

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{18} \cdot 10^{21}$ м^2, а мощность её излучения равна $4{,}104 \cdot 10^{27}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

10. Вычислить $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{3+x} - \sqrt{9-x}}{x^3 - 4x - 15}$

11.

На изготовление 837 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 899 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

12

Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 3x + 15$ на отрезке $[4; 19]$.

часть 2

13

а) Решите уравнение $\sin\frac{7x}{2}\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{7x}{2}\cos\frac{x}{2} = \cos^2 3x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

14

В основании пирамиды $MABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E, а на рёбрах AM и AB — точки F и G соответственно так, что $MF = BE = BG = 3$.
а) Докажите, что плоскость GEF проходит через точку C.
б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость GEF пересекает грань CMD пирамиды.

15. Решите неравенство

$$(x^2-9)\cdot\sqrt{x^2-4x-12}\leqslant(41-x^2)\cdot\sqrt{x^2-4x-12}.$$

16.

В правильной четырёхугольной пирамиде *SABCD* сторона *AB* основания равна $2\sqrt{3}$, а высота *SH* пирамиды равна 3. Точки *M* и *N* — середины рёбер *CD* и *AB*, соответственно, а *NT* — высота пирамиды *NSCD* с вершиной *N* и основанием *SCD*.

а) Докажите, что точка *T* является серединой *SM*.

б) Найдите расстояние между *NT* и *SC*.

17.

Соседи по дому Андрей и Михаил совершают воскресные пешие прогулки по живописному парку с оплачиваемой дорогой для пешеходов. Андрей входит в парк раньше Михаила и проходит 1 км. После этого в парк входит Михаил и идёт со скоростью на 3 км/ч больше, чем Андрей. Через некоторое время Михаил догоняет Андрея. В тот же момент они поворачивают обратно и со скоростью 3 км/ч одновр выходят из парка.

а) При какой первоначальной скорости Андрея время его прогул дет наименьшим?

б) Какую сумму придётся заплатить при этом Андрею, если арен роги стоит 300 рублей за один час?

18.

Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}\left((x-1)^2+(y-4)^2\right)\left((x-4)^2+(y-16)^2\right)\le 0,\\ (x-a-1)^2+(y-2a-2)^2\le 4(a+1)^2\end{cases}$$

не имеет решений.