

Задачи на рекурсию из ЕГЭ
Напишите программы для решения задач

Задача 1. Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = n + F(n-1), \text{ если } n \text{ чётно,}$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-2), \text{ если } n > 1 \text{ и } n \text{ нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(26)$?

Задача 2. Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2n \text{ при } n \leq 5$$

$$F(n) = F(n-2) + 3 \cdot F(n/2) + n, \text{ если } n > 5 \text{ и чётно,}$$

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2) + F(n-3), \text{ если } n > 5 \text{ и нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(99) + F(100)$?

Задача 3. Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове $F(22)$:

```
def F( n ):
    print('*')
    if n >= 1:
        print('*')
        F(n-1)
        F(n-2)
        F(n-3)
```

Задача 4. Определите наименьшее значение n , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 500000. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

```
def F( n ):
    print(2*n)
    if n > 1:
        print(n-5)
        F(n-1)
        F(n-2)
```

Задача 5. Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 3, \text{ при } n \leq 18$$

$$F(n) = (n // 3) \cdot F(n // 3) + n - 12, \text{ при } n > 18, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n-1) + n \cdot n + 5, \text{ при } n > 18, \text{ не кратных } 3$$

Здесь «//» обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1;1000]$, для которых все цифры значения $F(n)$ чётные.

Задача 6*. Исполнитель Калькулятор преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 1
2. Прибавь 2

Первая команда увеличивает число на 1, вторая – на 2. Сколько существует таких программ, которые исходное число 11 преобразуют в число 29, и при этом траектория вычислений содержит либо 17, либо 23, либо 17 и 23 одновременно? Решите задачу, записав рекурсивную функцию.

Задача 7*. Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n + 11, \text{ при } n \leq 15$$

$$F(n) = F(n // 2) + n \cdot n \cdot n - 5 \cdot n, \text{ при чётных } n > 15$$

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n + 3, \text{ при нечётных } n > 15$$

Здесь «//» обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых значения $F(n)$ содержит не менее трёх цифр 6.

Задача 8*. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 1$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + F(n - 2) \text{ если } n > 1 \text{ и } n \text{ кратно } 3$$

$$F(n) = 3 \cdot F(n - 2) + F(n - 1) \text{ в остальных случаях}$$

Сколько существует значений n на отрезке $[1, 35]$, для которых сумма цифр значения функции $F(n)$ является простым числом?

Задача 9*. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n \geq 10\,000,$$

$$F(n) = n/6 + F(n/6 + 2), \text{ если } n < 10\,000 \text{ и } n \text{ делится на } 6,$$

$$F(n) = n + F(n + 2), \text{ если } n < 10\,000 \text{ и } n \text{ не делится на } 6.$$

Чему равно значение выражения $F(264) - F(7)$?

Задача 10*. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ если } n = 1$$

$$F(n) = n \cdot F(n - 1) + 1, \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $F(3303) / F(3300)$? В ответе укажите только целую часть числа.