

**Задачи на рекурсию из ЕГЭ**  
*Напишите программы для решения задач*

**Задача 1.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 0, \text{ при } n \leq 1;$$

$$F(n) = F(n - 1) + 3n^2, \text{ если } n > 1 \text{ и при этом нечётно};$$

$$F(n) = n / 2 + F(n - 1) + 2, \text{ если } n > 1 \text{ и при этом чётно}.$$

*Чему равно значение функции  $F(49)$ ?*

**Задача 2.** Последовательность чисел Люка задается рекуррентным соотношением:

$$F(1) = 2;$$

$$F(2) = 1;$$

$$F(n) = F(n-2) + F(n-1), \text{ при } n > 2, \text{ где } n - \text{ натуральное число}.$$

*Чему равно десятое число в последовательности Люка?*

**Задача 3.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0;$$

$$F(n) = F(n / 2), \text{ если } n > 0 \text{ и при этом чётно};$$

$$F(n) = 1 + F(n - 1), \text{ если } n \text{ нечётно}.$$

*Сколько существует таких чисел  $n$ , что  $1 \leq n \leq 1000$  и  $F(n) = 3$ ?*

**Задача 4.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0;$$

$$F(n) = F(n / 2), \text{ если } n > 0 \text{ и при этом } n \text{ чётно};$$

$$F(n) = 1 + F(n - 1), \text{ если } n \text{ нечётно}.$$

*Назовите минимальное значение  $n$ , для которого  $F(n) = 11$ .*

**Задача 5.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$  и  $G(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1;$$

$$F(n) = 2 \cdot G(n - 1) + 5 \cdot n \text{ при } n > 1;$$

$$G(1) = 1;$$

$$G(n) = F(n - 1) + 2 \cdot n \text{ при } n > 1.$$

*Чему равно значение функции  $F(4) + G(4)$ ?*

**Задача 6.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n < 3;$$

$$F(n) = \sum_{i=1}^{n-1} F(i), \text{ если } n > 2.$$

*Чему равно значение функции  $F(18)$ ?*

**Задача 7.** Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера.

**1. Прибавить 1.**

**2. Умножить на 2.**

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя — это последовательность команд.

**Сколько** существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 20, и при этом траектория вычислений содержит ровно одно из чисел 9 и 10?

## Решение задач на рекурсию из ЕГЭ

### Задача 1.

```
def F(n):
    if n <= 1:
        return 0
    if n % 2 == 1:
        return F(n-1) + 3*n*n
    return n // 2 + F(n-1) + 2
print(F(49))
```

ОТВЕТ: 62820.

### Задача 2.

```
def F(n):
    if n == 1:
        return 2
    if n == 2:
        return 1
    if n > 2:
        return F(n-2) + F(n-1)
print(F(10))
```

ОТВЕТ: 76.

### Задача 3.

```
def f(n):
    if n == 0:
        return 0
    if n > 0 and n % 2 == 0:
        return f(n / 2)
    if n % 2 != 0:
        return 1 + f(n - 1)
k = 0
for n in range(1, 1001):
    if f(n) == 3:
        k += 1
print(k)
```

ОТВЕТ: 120.

### Задача 4.

```
def F(n):
    if n == 0:
        return 0
    if n % 2 == 0 and n > 0:
        return F(n // 2)
    if n % 2 != 0:
        return 1 + F(n - 1)
i = 0
while F(i) != 11:
    i += 1
print(i)
```

ОТВЕТ: 2047.

**Задача 5.**

```
def F(n):  
    if n == 1:  
        return 1  
    if n > 1:  
        return 2 * G(n-1) + 5 * n  
def G(n):  
    if n == 1:  
        return 1  
    if n > 1:  
        return F(n-1) + 2 * n  
print(F(4) + G(4))
```

ОТВЕТ: 89.

**Задача 6.**

```
def F(n):  
    if n < 3:  
        return 1  
    if n > 2:  
        return sum(F(i) for i in range (1,n))  
print(F(18))
```

ОТВЕТ: 65536.

**Задача 7.**

```
def f(x, y):  
    if x > y or x == 10:  
        return 0  
    if x == y:  
        return 1  
    else:  
        return f(x + 1, y) + f(x * 2, y)  
  
def fl(x, y):  
    if x > y or x == 9:  
        return 0  
    if x == y:  
        return 1  
    else:  
        return fl(x + 1, y) + fl(x * 2, y)  
print(f(1, 9) * f(9, 20) + fl(1, 10) * fl(10, 20))
```

ОТВЕТ: 18.